

**Facoltà di Ingegneria – Prova in itinere di FISICA II**  
**19-4-2001**

Esercizio n.1

Una carica positiva è distribuita uniformemente con densità volumica  $\rho$  su una sfera isolante di raggio  $R$ .

- Si determini l'espressione del campo elettrico nel punto  $P$  distante  $r < R$  dal centro della sfera
- Sapendo che per  $0 < r \leq R$  il potenziale è dato da

$$V(r) = -\frac{\rho \cdot r^2}{6\epsilon_0} + \frac{A}{r} + B$$

si calcoli  $A$ ,  $B$  e quindi  $V(r)$ .

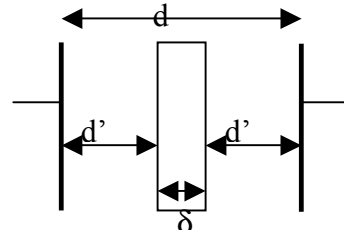
Esercizio n.2

Un condensatore piano è costituito da due armature aventi area  $A=40\text{cm}^2$ , distanziate di  $d=1.5\text{mm}$  e collegate ad una batteria di fem  $V=0.5\text{ kV}$ .

Una lamina d'oro di spessore  $\delta=0.2\text{ mm}$  viene inserita centralmente tra le armature.

Si calcoli:

- La capacità del condensatore risultante
- La carica  $q$  su una delle armature
- L'energia  $U$  immagazzinata dal condensatore.



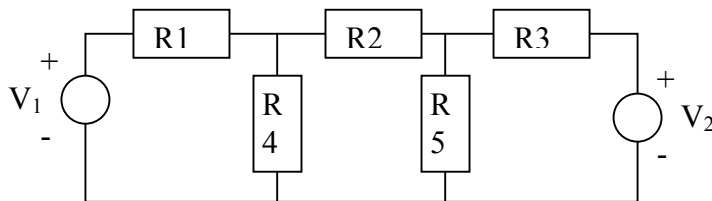
Esercizio n.3

Nel circuito in figura, costituito da 5 resistori e da due generatori di tensione, si calcoli:

- La corrente attraverso i resistori  $R_1$ ,  $R_2$  ed  $R_3$
- La potenza fornita al circuito da ciascun generatore di tensione

Valori numerici:

$R_1=2\Omega$ ,  $R_2=6\Omega$ ,  $R_3=4\Omega$ ,  $R_4=8\Omega$ ,  $R_5=6\Omega$ ,  $V_1=40\text{V}$ ,  $V_2=20\text{V}$



Soluzioni:

Esercizio n.1

- Sia  $S$  una superficie sferica passante per  $P$  e concentrica alla sfera isolante; dal teorema di Gauss

$$\Phi_s(E) = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \Rightarrow 4\pi \cdot r^2 E = \frac{\rho 4\pi r^3}{3\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_0} \quad \text{con } r < R$$

$$\text{b) } E = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_0} + \frac{A}{r^2} \Rightarrow A = 0$$

$$\text{Sulla superficie della sfera il potenziale è } V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\rho \cdot R^2}{3\epsilon_0}; \text{ quindi}$$

$$V(R) = \frac{\rho \cdot R^2}{3\epsilon_o} = -\frac{\rho \cdot R^2}{6\epsilon_o} + B \Rightarrow B = \frac{\rho \cdot R^2}{2\epsilon_o}$$

Il potenziale V(P) risulta pertanto:

$$V(P) = -\frac{\rho \cdot r^2}{6\epsilon_o} + \frac{\rho \cdot R^2}{2\epsilon_o}$$

### Esercizio n. 2

a) I due condensatori sono in serie:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\epsilon_o A}{d'} \frac{\epsilon_o A}{d'}}{\frac{\epsilon_o A}{d'} + \frac{\epsilon_o A}{d'}} = \frac{\epsilon_o A}{2d'} = 27.23 \text{ pF} \quad \text{con} \quad 2d' = d - \delta = 1.3 \text{ mm}$$

b) La carica dei due condensatori in serie è uguale alla carica del condensatore equivalente:

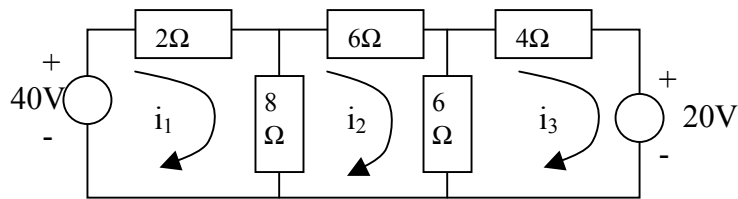
$$Q = C_{eq} V = 27.23 \text{ pF} \cdot 500 \text{ V} = 13.62 \text{ nC}$$

c) L'energia immagazzinata nel condensatore è

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = \frac{1}{2} 27.23 \text{ pF} \cdot (500 \text{ V})^2 = 3.4 \mu\text{J}$$

### Esercizio n.3

Siano  $i_1$ ,  $i_2$  ed  $i_3$  le correnti nelle tre maglie, e quindi nei resistori R1, R2 ed R3 (vedi figura).



Applicando la legge delle maglie, si ha:

$$\begin{cases} -40 + 2i_1 + 8(i_1 - i_2) = 0 \\ 8(i_2 - i_1) + 6i_2 + 6(i_2 - i_3) = 0 \\ 6(i_3 - i_2) + 4i_3 + 20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 5.6 \text{ A} \\ i_2 = 2.0 \text{ A} \\ i_3 = -0.8 \text{ A} \end{cases}$$

Entrambi i generatori  $V_1$  e  $V_2$  fanno circolare corrente, quindi forniscono potenza al circuito:

$$P_1 = V_1 i_1 = 40 \text{ V} \cdot 5.6 \text{ A} = 224 \text{ W}, \quad P_2 = V_2 i_3 = 20 \text{ V} \cdot 0.80 \text{ A} = 16 \text{ W}$$